Chapter 7 格与布尔代数

格（Lattice）

偏序关系上的定义：格是一个对于都存在最小上界和最大下界的偏序集。

代数系统上的定义：格是一个满足非空，和满足结合律、交换律与吸收律的代数系统。（吸收律：）

子格（Sub- lattice）：是一个格，若是的非空子集，且对运算封闭，则称是的子格。

分配格（Distributive lattice）：是一个格，且任取，有

约束格（Bounded lattice）：有最大元素和最小元素的格，表示为。有限格一定是约束格。

补元（Complement element）：对于约束格，若任取，存在使得

则是的补元，记为。

有补格（Complement lattice）：对于约束格，若任取，都存在补元，则该格为有补格。

定理：对于有补分配格，每个元素的补元唯一。

同态（Homomorphism）：和有同态函数，当任取满足

对于格中的任意元素，当且仅当。

对于格中的任意元素，假设，，则有

对于格可以构造偏序关系，则对于任意有。

证明等价：利用和得到。

格中元素的性质：

* 交换律：
* 结合律：
* 幂等律：
* 吸收律：

偏序关系的性质：

* 自反性
* 反对称性
* 传递性

布尔代数（Boolean algebra）

格上的定义：布尔代数系统是有补分配格，存在最大最小元，表示为。

代数系统上的定义：是一个代数系统，若任取满足交换律、分配律、幂等律、补足律，则该代数系统为布尔代数系统。

子布尔代数：为子布尔代数系统，当、对运算封闭且，则为一个子布尔代数系统。

同态（Homomorphism）：对于布尔代数系统和，为同态函数，当其满足如下条件

覆盖（Cover）：当并且没有其他元素满足时，称覆盖。

定理：任意两个等势的布尔代数系统都是同构的。